

**Prova scritta di Controlli Automatici A del 18 Luglio 2001 – Tempo a disposizione per questi esercizi: 60 minuti – Si eviti di riportare il proprio nome sulla prova.**

### ESERCIZIO 1

È assegnato il sistema dinamico lineare, stazionario e continuo descritto dalle equazioni

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t)$$

$$y(t) = C x(t)$$

ove

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 0 & 0 & 0 & -b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ c & -1 & 0 & 0 & d \\ 0 & 0 & 1 & f & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ d \end{bmatrix}$$

$$C = [ 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad ] .$$

Con riferimento alle matrici date ed alle domande che seguono si sostituisca ad:

$b$  → la seconda cifra del numero di matricola se diversa da zero, 1 se tale cifra risulta uguale a zero;

$c$  → la terza cifra del numero di matricola se diversa da zero, 1 se tale cifra risulta uguale a zero;

$d$  → la quarta cifra del numero di matricola se diversa da zero, 1 se tale cifra risulta uguale a zero;

$e$  → la quinta cifra del numero di matricola se diversa da zero, 1 se tale cifra risulta uguale a zero;

$f$  → la sesta cifra del numero di matricola (la meno significativa) se diversa da zero, 1 se tale cifra risulta uguale a zero.

- 1) Determinare il modello matematico della forma minima del sistema.
- 2) Calcolare la funzione di trasferimento.

## ESERCIZIO 2

Si consideri il sistema non lineare, stazionario e continuo descritto dalle equazioni:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= c x_1(t) + d x_2^2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= e x_1(t) + f x_2(t)\end{aligned}$$

in cui:

$c$  indica la terza cifra del numero di matricola se diversa da zero, 1 se uguale a zero;

$d$  indica la quarta cifra del numero di matricola se diversa da zero, 1 se uguale a zero;

$e$  indica la quinta cifra del numero di matricola se diversa da zero, 1 se uguale a zero;

$f$  indica la sesta cifra del numero di matricola se diversa da zero, 1 se uguale a zero.

3) Calcolare lo stato di equilibrio diverso da quello ovvio e valutarne la stabilità mediante il criterio ridotto di Lyapunov.

## ESERCIZIO 3

Si consideri il sistema con funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{K(s+1)}{s(s+2)(s+3)},$$

chiuso in retroazione unitaria.

4) Calcolare il valore di  $K$  per il quale l'errore a regime in risposta alla rampa unitaria risulta uguale a 0.1. Verificare poi se, con il valore di  $K$  trovato, il sistema è asintoticamente stabile.

## ESERCIZIO 4

Per il sistema avente funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{20(1+0.5s)(1+0.1s)(1+0.02s)}{s^2(1+0.005s)^2},$$

5) tracciare il diagramma asintotico di Bode delle ampiezze.

**Matricola N.**

---

**Risposta N. 1** (Es. 1 – Modello matematico della forma minima)

---

**Risposta N. 2** (Es. 1 – Funzione di trasferimento)

---

**Risposta N. 3** (Es. 2 – Stato di equilibrio e sua stabilità)

---

**Risposta N. 4** (Es. 3 – Valori di  $K$  e stabilità del sistema)

---

**Risposta N. 5** (Es. 4 – Diagramma di Bode delle ampiezze)

---